2019 年管理类专业学位全国联考
数学真题

一、问题求解：第 1～15 小题，每小题 3 分，共 45 分。下列每题给出的 A、B、C、D、E 五个选项中，只有一项是符合试题要求的。请在答题卡上将所选项的字母涂黑。

1. 某车间计划 10 天完成一项任务，工作了 3 天后因故停工 2 天，若要按原计划完成任务，则工作效率需要提高

A. 20%　　B. 30%

C. 40%　　D. 50%

E. 60%

【答案】C

【解析】原计划 7 天完成的任务，实际 5 天完成，工作总量相同，时间与效率成反比，即实际效率与计划效率之比为$7:5$，提升的百分比为$\frac{7-5}{5}=\frac{2}{5}=40\%$，故选 C.

【点拨】工程问题中，总量一定，效率与时间成反比；效率一定，总量与时间成正比；时间一定，总量与效率成正比.

2. 设函数$f\left(x\right)=2x+\frac{a}{x^2},\left(a>0\right)$在$\left(0,+\infty\right)$内的最小值为$f\left(x_0\right)=12$，则$x_0=$

A. 5　　B. 4

C. 3　　D. 2

E. 1

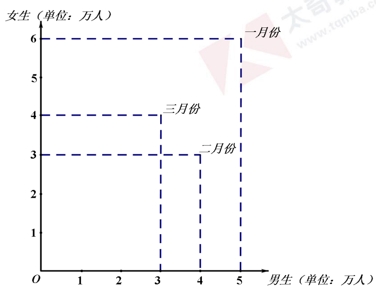
【答案】B

【解析】在正数范围内求最值，需要利用平均值定理：

$f\left(x\right)=x+x+\frac{a}{x^2}\geq 3\sqrt[3]{x\cdot x\cdot\frac{a}{x^2}}=3\sqrt[3]{a}=12\Rightarrow a=64$，此时，$x_0=x=x=\frac{64}{x^2}$，因此可以解得，$x_0=4$，故选 B.

【点拨】在正数范围内求最值相关的题型，一定采取平均值定理，当需要裂项时，必须将所拆分的项进行等量拆分.另外本题可直接利用取最小值的条件为各项都相等，直接列出$x=x=\frac{a}{x^2}=4$，即$f\left(4\right)$最小.

3. 某影城统计了一季度的观众人数，如图，则一季度的男士观众人数与女士观众之比为



A. 3:4　　B. 5:6

C. 12:13　　D. 13:12

E. 4:3

【答案】C

【解析】读图可知，男士人数为$5+4+3=12$万人，女士

人数为$6+4+3=13$万人，男女之比为$12:13$，故选 C.

【点拨】图表形数学题，关键数据与关系必须通过图表看出，属于简单题型.

4. 设实数a,b满足$ab=6$，$|a+b|+|a-b|=6$，则$a^2+b^2=$

A. 10　　B. 11

C. 12　　D. 13

E. 14

【答案】D

【解析】令$a>b$，则$|a+b|+|a-b|=a+b+a-b=2a=6\Rightarrow a=3$，所以$b=2$，则可知$a^2+b^2=4+9=13$，故选 D.

【点拨】本题可直接采取特值法，令$a=2,b=3$即可.

5. 设圆C与圆$(x-5)^2+y^2=2$关于$y=2x$对称，则圆C方程为

A. $(x-3)^2+(y-4)^2=2$　　B. $(x+4)^2+(y-3)^2=2$

C. $(x-3)^2+(y+4)^2=2$　　D. $(x+3)^2+(y+4)^2=2$

E. $(x+3)^2+(y-4)^2=2$

【答案】E

【解析】设圆心$(5,0)$关于直线$y=2x$的对称点为(x,y)，则$\begin{cases}\dfrac{y-0}{x-5}=-\dfrac{1}{2}\\ \dfrac{y+0}{2}=2\cdot\dfrac{x+5}{2}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=-3\\ y=4\end{cases}$；

所以对称圆的方程是$(x+3)^2+(y-4)^2=2$，故选 E.

【点拨】对称问题可以直接根据画图求解或估算.

6. 将一批树苗种在一个正方形花园边上，四角都种，如果每隔 3 米种一课，那么剩下 10 棵树苗，如果每隔 2 米种一棵，那么恰好种满正方形的 3 条边，则这批树苗有（　　）棵

A. 54　　B. 60

C. 70　　D. 82

E. 94

【答案】D

【解析】设正方形边长为L. 根据树的棵树可以列出方程$\dfrac{4L}{3}+10=\dfrac{3L}{2}+1\Rightarrow L=54$，所以可知树的总棵数为 82 棵，故选 D.

【点拨】（1）在直线型植树问题中，若两端点都有树，则棵树为 $N=\frac{L}{M}+1$；

（2）封闭图形植树问题，相当于把直线型的两个端点合二为一，因此此时植树的棵数是 $N=\frac{L}{M}$.

7. 在分别标记 1，2，3，4，5，6 的 6 张卡片，甲抽取 1 张，乙从余下的卡片中再抽取 2 张，乙的卡片数字之和大于甲的卡片的数字的概率为

A. $\frac{11}{60}$　　B. $\frac{13}{60}$

C. $\frac{17}{60}$　　D. $\frac{47}{60}$

E. $\frac{49}{60}$

【答案】D

【解析】正难则反，找到乙的两张卡片数字之和不大于甲的卡片数字的情况：

当甲取 6 时，乙可以是（1+2）、（1+3）、（1+4）、（1+5）、（2+3）、（2+4）

当甲取 5 时，乙可以是（1+2）、（1+3）、（1+4）、（2+3）

当甲取 4 时，乙可以是（1+2）、（1+3）

当甲取 3 时，乙只能是（1+2）

一共 13 种情况，所以概率 $P=1-\frac{13}{C_6^1C_5^2}=\frac{47}{60}$，故选 D.

【点拨】随机取样概率模型，主要考察分子的穷举法思路，正面情况太多时果断采取反面求解思路.

8. 10 名同学的语文和数学成绩如下表：

语文成绩	90	92	94	88	86	95	87	89	91	93
数学成绩	94	88	96	93	90	85	84	80	82	98

语文和数学成绩的均值分别为 E_1 和 E_2，标准差分别为 σ_1 和 σ_2，则

A. $E_1>E_2,\sigma_1>\sigma_2$　　B. $E_1>E_2,\sigma_1<\sigma_2$

C. $E_1>E_2,\sigma_1=\sigma_2$　　D. $E_1<E_2,\sigma_1>\sigma_2$

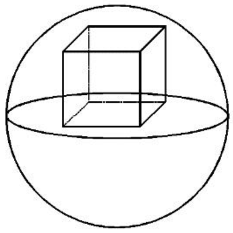
E. $E_1<E_2,\sigma<\sigma_2$

【答案】B

【解析】从表格中观察数据可知，因为差值的对称性，直接求出 $E_1=90.5$，$E_2=89$；再由两组数据的稳定性判断，语文成绩稳定性更高，故标准差更小，即 $\sigma_1<\sigma_2$，故选 B.

【点拨】在判断两组数据方差或标准差大小时，可直接利用稳定性判断，即直接从“极差”的大小判断.

9. 如图，正方体位于半径为 3 的球内，且一面位于球的大圆上，则正方体表面积最大为



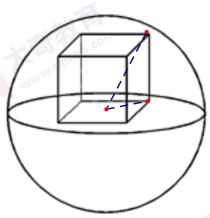
A. 12　　B. 18

C. 24　　D. 30

E. 36

【答案】E

【解析】正方体的外接半球半径为 3，则设正方体棱长为 a，表面积最大的正方体就是半球的内接正方体. 如图，连接球心和正方体上表面一个顶点，再构造直角三角形. 从图中可知，$a^2+\left(\frac{\sqrt{2}}{2}a\right)^2=3^2$，



所以 $a^2=6$，则正方体的表面积是 $6a^2=36$，故选 E.

【点拨】立体几何内切球或者外接球题型的关键在于，找到球体半径与另一立体图形关键量之间的关系.

10. 在三角形 ABC 中，$AB=4$，$AC=6$，$BC=8$，D 为 BC 中点，则 $AD=$

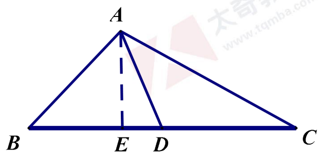
A. $\sqrt{11}$　　B. $\sqrt{10}$

C. 3　　D. $2\sqrt{2}$

E. $\sqrt{7}$

【答案】B

【解析】如图，做 $AE\perp BC$，设 $DE=x$，则 $BE=4-x$，$CE=4+x$，根据直角三角形勾股定理可知：



$AB^2-BE^2=AC^2-CE^2$，即 $16-(4-x)^2=36-(4+x)^2\Rightarrow x=\frac{5}{4}$，所以 $BE=\frac{11}{4}$，因此可知 $AE^2=16-\frac{121}{16}=\frac{135}{16}$，

则 $AD=\sqrt{\frac{135}{16}+\frac{25}{16}}=\sqrt{10}$，故选 B.

【点拨】对于任意三角形求线段长度，构造直角三角形利用勾股定理是首选思路，另外本题可以采取任意三角形“中线定理”，即：

$$AB^2+AC^2=2\left(BD^2+AD^2\right)\Rightarrow 16+36=2\left(16+AD^2\right)\Rightarrow\sqrt{10}.$$

11. 某单位要铺设草坪，若甲、乙两公司合作需 6 天完成，工时费共 2.4 万元，若甲公司单独做 4 天后由乙公司接着做 9 天完成，工时费共计 2.35 万元。若由甲公司单独完成该项目，则工时费为（　　）万元.

A. 2.25　　B. 2.35

C. 2.4　　D. 2.45

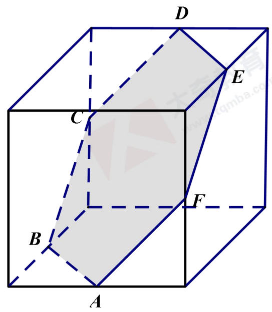
E. 2.5

【答案】E

【解析】设甲乙每天的公费分别是 a,b. $\begin{cases}6a+6b=2.4\\4a+9b=2.35\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=0.25\\b=0.15\end{cases}$；工作时间可计算：甲 6+乙 6=甲 4+乙 9，所以甲 2=乙 3，即甲单独做需要 10 天，总工时费为 2.5 万元，故选 E.

【点拨】按劳分配问题的关键在于将“钱”直接看作工作总量和工作效率列方程.

12. 如图，六边形 $ABCDEF$ 是平面与棱长为 2 的正方体所截得到的，若 A,B,D,E 分别为相应棱的中点，则六边形 $ABCDEF$ 的面积是



A. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $\sqrt{3}$

C. $2\sqrt{3}$　　D. $3\sqrt{3}$

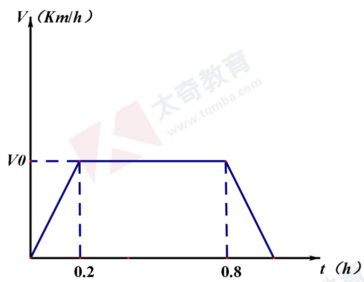
E. $4\sqrt{3}$

【答案】D

【解析】由图可知，六边形是一个正六边形，正六边形可看作是由六个全等的等边三角形构成的图形，等边三角形边长就是正六边形边长. 因为连接各棱长中点，所以可知正六边形边长是 $\sqrt{2}$，那么其面积为 $6\times\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times\left(\sqrt{2}\right)^2=3\sqrt{3}$，故选 D.

【点拨】平面几何中的多边形最好转化为三角形的组合来求解.

13. 货车行驶 72 Km 用时 1 小时，速度 V 与行驶时间 t 的关系如图所示，则 $V_0=$



A. 72　　B. 80

C. 90　　D. 85

E. 100

【答案】C

【解析】观察图形，V_0 为等腰梯形的高，上底 0.6，下底 1，面积就是横纵坐标乘积 72，所以 $V_0=\dfrac{72\cdot 2}{0.6+1}=90$，故选 C.

【点拨】本题关键是看出路程为横纵坐标乘积，即若是匀速运动，图形应该是长方形，所以可以根据对称性，把等腰梯形变换成长方形，长是 0.8，宽是 V_0，面积是路程 72，同样可求.

14. 某中学的 5 个学科各推荐 2 名教师作为支教候选人，若从中挑选出来自不同学科的 2 人参加支教工作，则不同的派选方式有

A. 20　　B. 24

C. 30　　D. 40

E. 45

【答案】D

【解析】从 10 候选人中任取两人，减去来自同一学科的情况即可 $C_{10}^{2}-5=40$，故选 D.

【点拨】否定式条件问法往往可采取反面求解思路，本题正面思路亦可，即：先选出两个不同科目，再各选一人（形似配对问题种两只鞋不成双）$C_5^2C_2^1C_2^1=40$.

15. 设数列$\{a_n\}$满足 $a_1=0$，$a_{n+1}-2a_n=1$，则 $a_{100}=$

A. $2^{99}-1$　　B. 2^{99}

C. $2^{99}+1$　　D. $2^{100}-1$

E. $2^{100}+1$

【答案】A

【解析】$a_{n+1}=2a_n+1\Rightarrow a_{n+1}+1=2(a_n+1)$，即数列$\{a_n+1\}$是公比为 2，首项为 1 的等比数列，则 $a_{100}+1=1\cdot 2^{99}\Rightarrow a_{100}=2^{99}-1$，故选 A.

【点拨】对于找规律的数列，可利用归纳法，直接列出几项后，根据规律推理.

二、条件充分性判断：第 16～25 小题，每小题 3 分，共 30 分。要求判断每题给出的条件（1）和条件（2）能否充分支持题干所陈述的结论。A、B、C、D、E 五个选项中，只有一项符合试题要求。

（A）条件（1）充分，但条件（2）不充分；

（B）条件（2）充分，但条件（1）不充分；

（C）条件（1）和（2）单独都不充分，但条件（1）和（2）联合起来充分；

（D）条件（1）充分，条件（2）也充分；

（E）条件（1）和（2）单独都不充分，条件（1）和（2）联合起来也不充分.

16. 直线 $y=kx$ 与圆 $x^2+y^2-4x+3=0$ 有两个交点.

（1）$-\frac{\sqrt{3}}{3}<k<0$

（2）$0<k<\frac{\sqrt{2}}{2}$

【答案】A

【解析】圆的方程是$(x-2)^2+y^2=1$，画图可知，当过原点的直线$y=kx$斜率为$\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$时，直线和与相切，所以$-\frac{\sqrt{3}}{3}<k<\frac{\sqrt{3}}{3}$时，两图像相交，故选 A.

【点拨】直线和圆位置关系题型，画图观察是最快最直观的解题思路，同时，本题还可以利用常规解法，即假设结论成立，设$d=\frac{|2k|}{\sqrt{k^2+1}}<2$，解得$-\frac{\sqrt{3}}{3}<k<\frac{\sqrt{3}}{3}$，同样选 D.

17. n为正整数，则能确定$n\div 5$的余数.

（1）已知$n\div 2$的余数

（2）已知$n\div 3$的余数

【答案】E

【解析】明显的，条件（1）即使除以 2 的余数相同的两个数，也会不同，比如 7 和 15，所无法确定除以 5 的余数，不充分；同理，（2）也不充分；联合考虑，假设除以 2 和除以 3 的余数都是 1，即除以 6 余 1，比如 7 和 13，同样不能确定除以 5 的唯一的余数，不充分；故选 E.

【点拨】除余问题，无法根据一个数除以某个数a的余数特点来判断这个数除以另一个数b的余数.

18. $x^2+ax+b-1=0$有实根.

（1）$a+b=0$

（2）$a-b=0$

【答案】D

【解析】（1）$\Delta=a^2-4b+4=a^2+4a+4=(a+2)^2\geq 0$，充分；

（2）$\Delta=a^2-4b+4=a^2-4a+4=(a-2)^2\geq 0$，充分；故选 D.

【点拨】判别式是判断一元二次方程根的情况最直接有效的方法，完全平方公式是因式分解种最常用的基本公式.

19. 设数列$\{a_n\}$前n项和S_n，则$\{a_n\}$是等差数列.

（1）$S_n=n^2+2n$（$n=1,2,3,\cdots$）

（2）$S_n=n^2+2n+1$（$n=1,2,3,\cdots$）

【答案】A

【解析】根据等差数列与函数的关系可知，等差数列求和公式都可以看作过原点（没有常数项）的二次函数表达式，故选 A.

【点拨】等差数列通项公式是一次函数斜截式形式；等差数列求和公式是没有常数项的二次函数形式.

20. 甲、乙两袋奖券，获奖率分别为 p 和 q，某人从两袋中各随机抽取 1 张奖券，则此人获奖的概率不小于 $\dfrac{3}{4}$.

（1）已知 $p+q=1$

（2）已知 $pq=\dfrac{1}{4}$

【答案】D

【解析】获奖概率为 $1-(1-p)(1-q)=p+q-pq$.

（1）$q=1-p$，则 $p+q-pq=1-p(1-p)=p^2-p+1$，二次函数最小值为 $\dfrac{3}{4}$，充分；

（2）$pq=\dfrac{1}{4}$，概率都是整数，则 $p+q\geq 2\sqrt{pq}=1$，所以 $p+q-pq\geq 1-\dfrac{1}{4}=\dfrac{3}{4}$，充分；

故选 D.

【点拨】在正数范围下，求最值即可以使用平均值定理，也可以使用二次函数；在不确定正负的条件下，求最值只能使用二次函数.

21. 能确定小明年龄.

（1）小明的年龄是完全平方数

（2）20 年后小明的年龄是完全平方数

【答案】C

【解析】显然两个条件单独都不充分，联合，假设现在小明年龄 n^2，20 年后年龄 m^2，则 $m^2-n^2=(m+n)(m-n)=20$，因为正整数 $m+n$ 与 $m-n$ 奇偶性相同，所以必然是 $\begin{cases}m+n=10\\m-n=2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}m=6\\n=4\end{cases}$，即小明现在 16 岁，充分，故选 C.

【点拨】遇到偶次方之差就用平方差公式；两个整数加减奇偶性相同.

22. 甲、乙、丙三人各自拥有不超过 10 本图书，甲再购入 2 本图书后，他们拥有的图书数量构成等比数列，则能确定甲拥有图书的数量.

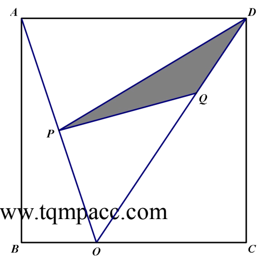
（1）已知乙拥有的图书数量

（2）已知丙拥有的图书数量

【答案】C

【解析】显然知道一人的图数量不足以确定甲拥有的数量，联合考虑，在不超过 10 的等比数列中，除了（1，1，1）不符合条件外，其他常数列显然都满足结论；在其他等比数列，即（1，2，4）、（1，3，6）和（2，4，8）中，满足条件的乙和丙分别可能是（1，2 或 1，4）、（1，3 或 1，6）、（2，4 或 2，8 或 4，8），无论哪一组都可以直接确定甲的数量，充分；故选 C.

【点拨】理论上，三项等比数列在已知其中两项的数值时，并不能唯一确定第三项的数值；但在公比确定的情况下，第三项必然唯一确定.



23. 已知正方形 $ABCD$ 的面积，O 为 BC 上一点，P 为 AO 中点，Q 为 DO 上一点，则能确定 ΔPDQ 的面积.

（1）O 为 BC 的三等分点

（2）Q 为 DO 的三等分点

【答案】B

【解析】根据一半模型可知，无论 O 点所在的位置如何，ΔAOD 的面积一定是正方形面积的一半，所以（1）不充分；因为 P 是中点，所以可知 ΔPOD 面积是 ΔAOD 面积的一半，所以想确定 ΔPDQ 的面积，必须已知 Q 点在 DO 上的位置从而利用相邻三角形求解，所以（2）充分，故选 A.

【点拨】在没有相似关系的三角形中，往往需要通过等高的相邻关系来确定面积或者线段的比例关系.

24. 某校理学院五个系每年录取人数如下表：

系别	数学系	物理系	化学系	生物系	地学系
录取人数	60	120	90	60	30

今年与去年相比，物理系年平均分没变，则理学院录取平均分升高了.

（1）数学系录取平均分升高了 3 分，生物系录取平均分降低了 2 分

（2）化学系录取平均分升高了 1 分，地学系录取平均分降低了 4 分

【答案】C

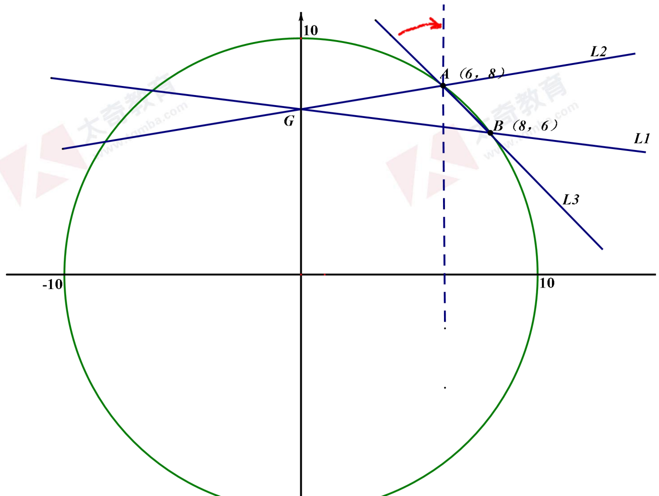
【解析】条件（1）化学系与地学系平均分变化未知，不能确定，不充分；条件（2）数学系与生物系平均分变化未知，不能确定，不充分；联合考虑，总分中，物理系不变，数学系提高了 180 分，化学系提高了 90 分，生物系降低了 120 分，地学系降低了 120 分，总分提升了 30 分，因此平均分提升了，充分，故选 C.

【点拨】平均值、个数和总数的关系，是平均值考察中的核心.

25. 设三角区域 D 由直线 $x+8y-56=0, x-6y+42=0$ 与 $kx-y+8-6k=0(k<0)$ 围成，则对任意的 $(x,y)\in D$ 都有 $\lg(x^2+y^2)\le 2$.

（1）$k\in(-\infty,-1]$

（2）$k\in\left[-1,-\dfrac{1}{6}\right)$



【答案】A

【解析】

结论变形：

$\lg(x^2+y^2)\le 2\Rightarrow x^2+y^2\le 100$，即三角形区域内所有点到原点的距离不大于 10，

或所有点都在圆 $x^2+y^2=100$ 上或者圆内.

如图，设 $L1: y=-\frac{1}{8}x+7$，$L2: y=\frac{1}{6}x+7$，$L3: y-8=k(x-6)(k<0)$，可知三条直线形成三角形 ABG 时，可以满足结论要求. $L3$ 恒过定点 $(6,8)$，且斜率为负. 根据图形可知 $(6,8)$ 是 $L2$ 与圆交点，$L1$ 与圆的交点为 $(8,6)$；所以直线 AB 斜率为 -1，在 A 点不动的情况下，将 $L3$ 顺时针转动，直到垂直于 x 轴，都可以满足结论，则其斜率取值范围是 $(-\infty,-1]$，故选 A.

【点拨】解析几何封闭区域中求关于 x,y 算式的最值题型，都需要通过线性规划原理分析.